

В.П., Гринченко Е.Н. // Проблемы пожарной безопасности. Сб. науч. тр. – Вып. 4. – Харьков: ХИПБ, 1998. – С. 136-141. 4. Каудерер Г. Нелинейная механика // Каудерер Г. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1961. – 771 с.

Поступила в редколлегию 18.11.2010.

УДК 534.014.4

**А.С.СТЕПЧЕНКО**, доцент, канд. техн. наук, НТУ «ХПИ»;

**А.А.ЛАРИН**, канд. техн. наук, НТУ «ХПИ»;

**С.Л.АРТЕМОВ**, асп., ОАО «Турбоатом», Харьков

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛОПАТОЧНОГО АППАРАТА С ДВУХЪЯРУСНЫМ РАЗЪЕМНЫМ БАНДАЖИРОВАНИЕМ**

У роботі проведено дослідження динамічних характеристик лопаток парових турбін великої довжини з роз'ємним двоjarусним поличним міжлопатковим бандажем. При цьому варіювалося положення проміжного зв'язку по висоті лопатки. На основі скінчено-елементного моделювання проведено порівняльний аналіз динамічних характеристик лопаткових апаратів і оцінка впливу висоти проміжного бандажа.

In the given paper investigation of the dynamic characteristics of the steam turbines extra long has been carried out. This bladings has a peculiarity which consists of the detachable double-leveled inter-blade conjunction. Two variants of intermediate bandage joint as a shelf and a pipe is analyzed. A comparative analysis of the dynamic characteristics of the bladings with different types of intermediate bandage has been carried out on the base of FEM.

**1 Введение.** Одной из главных проблем при создании новых типов паровых турбин является проблема проектирования лопаток последних ступеней цилиндра низкого давления (ЦНД). Увеличение единичной мощности паровой турбины требует увеличения площади выхода ЦНД и, как следствие, – увеличения длины лопаток его последней ступени. Конструктивно лопатка сверхбольшой длины имеют сложный профиль переменного сечения и большой угол предварительной закрутки. Такая геометрия определяет ее большую изгибно-крутильную податливость, что способно привести к высоким уровням вибраций. С целью увеличения жесткости лопаточного аппарата соответствующих ступеней применяются межлопаточные связи. При этом получение приемлемых прочностных и вибрационных характеристик соответствующих аппаратов требует введения не только периферийного бандажа, но и дополнительной промежуточной связи, в качестве которой в современной практике получает все большее распространение цельнофрезерованная полочная связь. Особенности данного типа связи являются следующие: он не искажает теоретический профиль, обеспечивает большую жесткость связей между лопатками, однако вследствие трудностей при изготовлении и сборке, до последне-

го времени распространен был мало. Одной из главных проблем, при проектировании данного типа связи является выбор оптимального положения связи по высоте лопатки. Выбор высоты связи определяется для каждого лопаточного аппарата индивидуально с учетом его влияния на прочностные и вибрационные характеристики. Таким образом, анализ влияния высоты установки промежуточных бандажей для рабочих лопаточных аппаратов большой и сверхбольшой длины представляет собой актуальную научно-практическую задачу. Данная работа посвящена исследованию динамики и прочности перспективных лопаток последней ступени сверхбольшой длины.

**2 Построение математической модели.** Конструкции лопаток с полочным промежуточным бандажом были разработаны, используя приближенные оценки прочности, выполненные на основе стержневой модели [1]. Для исследования влияние высоты установки промежуточного бандажа на динамические характеристики были разработаны КЭ модели лопаток (рис. 1).

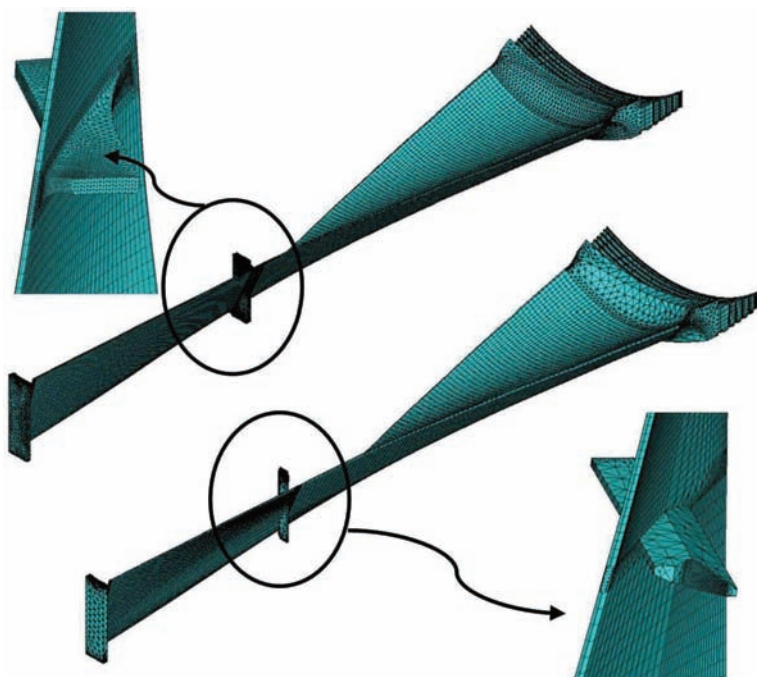


Рисунок 1 – Конечно-элементные модели лопаток с двухъярусным бандажированием (*а* – полочный промежуточный бандаж в сечении  $0,6 L$  лопатки; *б* – полочный промежуточный бандаж в сечении  $0,67 L$  лопатки.)

Лопатки разбивались на изопараметрические 8-узловые конечные элементы с тремя степенями свободы в каждом узле. Модель одной лопатки-

сектора содержит примерно 75 тысяч КЭ. Данные модели учитывают основные конструктивные особенности: елочный хвост, прикорневую галтель. В лопатке с полочным бандажом в сечении 0,6 L лопатки конструкция полки отличается от варианта с полочным бандажом в сечении 0,67 L лопатки. Это связано с тем, что в этом варианте конструкция полочного бандажа была доработана, чтобы улучшить напряженно-деформированное состояние в районе полки. При моделировании рассматривается только лопаточный аппарат ступени, а влиянием диска пренебрегается. Лопатка закрепляется по опорным поверхностям зубьев хвостовика, то есть запрещение всех степеней свободы соответствующих узлов КЭ сетки.

При моделировании лопаточного венца учитывалась циклическая симметрия системы. В этом случае задача анализа его колебаний сводится к рассмотрению только одной периодической части системы с соответствующими граничными условиями (1). В качестве периодической части был взят сектор с лопаткой и частью бандажной связи. При этом разделение осуществлялось таким образом, чтобы контактирующая часть бандажной связи вошла внутрь сектора, как это показано на рис. 2. Аналогичные операции проведены и для промежуточного бандажа.

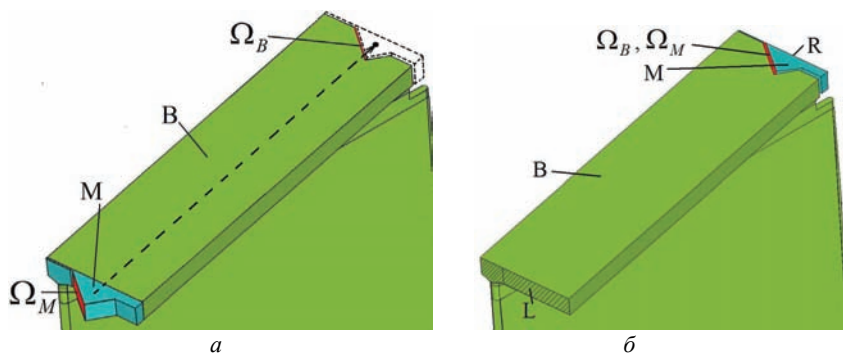


Рисунок 2 – Моделирование разъемного соединения для циклически симметричного лопаточного аппарата (а – исходная геометрия бандажа; б – сектор циклически симметричной системы)

На разработанные КЭ модели сектора накладывались соответствующие краевые условия циклической симметрии:

$$\xi_L^{(h)} = \xi_R e^{i \frac{2\pi}{N} h}; \quad f_L^{(h)} = -f_R e^{i \frac{2\pi}{N} h}, \quad (1)$$

где  $\xi$  – вектор амплитуд перемещений,  $f$  – внутренние силы прикладываемые на границы сектора (лопатки) и моделирующие влияние отброшенной части полной системы;  $h$  – число волн деформации в определяемой форме прогиба (индекс цикличности):  $h = \overline{0, N/2}$ ;  $N$  – количество лопаток;  $i = \sqrt{-1}$ . Индексами  $L$  и  $R$  обозначены соответственно левая и правая поверхности опреде-

ляющие края сектора (рис. 2, б).

Условия (1), позволяют построить  $N/2 + 1$  модели лишь для одного (базового) сектора. Каждая из этих моделей определяется индексом цикличности  $h$  и позволяет получить набор частных решений, пространственная форма прогибов которых имеет фиксированное число волн деформаций (узловых диаметров для собственных форм колебаний). Их совокупность представляет собой полный набор всех возможных решений для полного циклически симметричного лопаточного аппарата. А отклик для каждого сектора полной системы  $\xi_j$  легко может быть выражен из решений, полученных для базового сектора  $\xi_S$

$$\xi_j^{(h)} = \xi_S e^{i \frac{2\pi}{N} h(j-1)}. \quad (2)$$

Одна из важных особенностей данного лопаточного аппарата заключается в том, что имеющиеся межлопаточные связи являются разъемными соединениями. Очевидно, что при нестационарном нагружении таких систем в общем случае необходимо проводить анализ нелинейных колебаний [2, 3]. Однако для большого числа номинальных режимов лопаточного аппарата динамическая составляющая внешнего воздействия значительно меньше статической нагрузки. При этом, в поле центробежных сил, наблюдается достаточно плотное замыкание в бандажных разъемных соединениях и переменные контактные области практически отсутствуют [4].

Таким образом, исследование динамики лопаточного аппарата в этом случае правомерно проводить в линейной постановке. Для этого необходимо построить адекватную линеаризованную модель, следуя методике предложенной в работах [3, 4]. Предполагается, что контакт в бандажных соединениях данного лопаточного аппарата будет иметь характер аналогичный тому, который наблюдался в конструктивно подобном бандаже рабочего аппарата предпоследней ступени с лопатками меньшей длины [2, 4].

Таким образом, моделирование контактного взаимодействия в разъемных соединениях осуществлялось путем наложения условия совместности перемещений на контактные поверхности разъемных соединений соседних тел. Так, для лопаток с полочным промежуточным бандажом эти дополнительные краевые условия представляются в следующем виде:

$$\xi_S|_{\Omega_B} = \xi_S|_{\Omega_M}; \quad \xi_S|_{\overline{\Omega}_B} = \xi_S|_{\overline{\Omega}_M}, \quad (3)$$

где  $\Omega_B$ ,  $\Omega_M$  контактные поверхности зубьев основной и перенесенной части периферийного бандажа (см. рис. 2);  $\overline{\Omega}_B$ ,  $\overline{\Omega}_M$  – аналогичные поверхности на частях промежуточного бандажа.

**3 Анализ собственных частот и форм лопаточного аппарата.** Предварительное статическое НДС оказывает существенное влияние на динамические характеристики лопаточного аппарата. Поэтому предварительно была решена задача статического деформирования лопаточного аппарата в поле центробежных сил.

Разработанная КЭ модель (рис. 1) с учетом краевых условий и условий (1) и (3), позволяют получить разрешающую систему уравнений для прочностного анализа

$$[K_0] \cdot \xi_S = \omega^2 \cdot [I_\omega] \cdot \text{diag}([M_0]) \cdot r_0, \quad (4)$$

где  $[K_0]$ ,  $[M_0]$  – матрицы жесткости и масс сектора (из всех возможных систем уравнений определяемых условиями (1) для симметричного статического нагружения имеют физический смысл только системы с  $h = 0$ );  $\omega$  – частота вращения диска;  $[I_\omega]$  – диагональная матрица индексов приложения квадратов частот вращения (состоит из 0 и 1 причем 1 расположены только в тех строках, которые соответствуют радиальным степеням свободы лопатки);  $r_0$  – радиус вектор геометрического положения узлов КЭ сетки модели (система координат совпадает с осью вращения диска).

В работе проведены расчеты статического НДС возникающего в лопаточных аппаратах с различной высотой установки промежуточной межбандажной связи. Распределения интенсивности напряжений по перу лопатки для обоих типов связи подобны. Зоны концентраций напряжений наблюдаются: на нижней части выходной кромки, в районе промежуточной связи, на первой паре опорных зубьев хвостовика, а также на верхней части выходной кромки под периферийным бандажом (рис. 3).

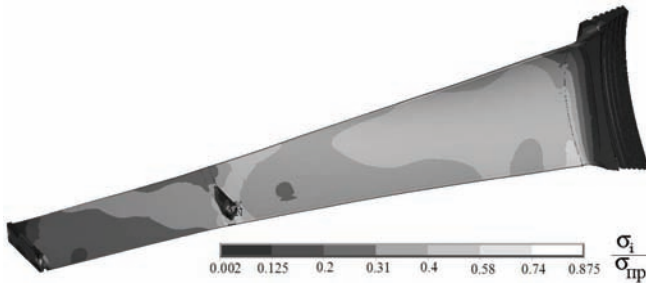


Рисунок 3 – Распределение интенсивности напряжений

Система уравнений для решения задачи собственных колебаний лопаточного аппарата имеет вид:

$$([K_h] - p_h^2 \cdot [M_h]) \cdot \xi^{(h)} = 0, \quad (5)$$

где  $[M_h]$ ,  $[K_h]$  – матрицы масс и жесткости,  $p$  – собственная частота колебаний,  $\xi$  – вектор амплитуд перемещений (собственные формы).

Наличие в конструкции предварительного НДС приводит к увеличению потенциальной энергии в системе за счет работы начальных напряжений на действительных деформациях. В рамках КЭ формулировки это приводит к появлению дополнительной составляющей в матрице жесткости конструкции

$$([K_h] + [\bar{K}_h(\sigma_0)] - p_h^2 \cdot [M_h]) \cdot \xi^{(h)} = 0, \quad (6)$$

где  $[\bar{K}_h]$  – матрица добавочной жесткости (которая определяется предвари-

тельным статическим напряженным состоянием),  $\sigma_0$  – вектор предварительных статических напряжений в конструкции.

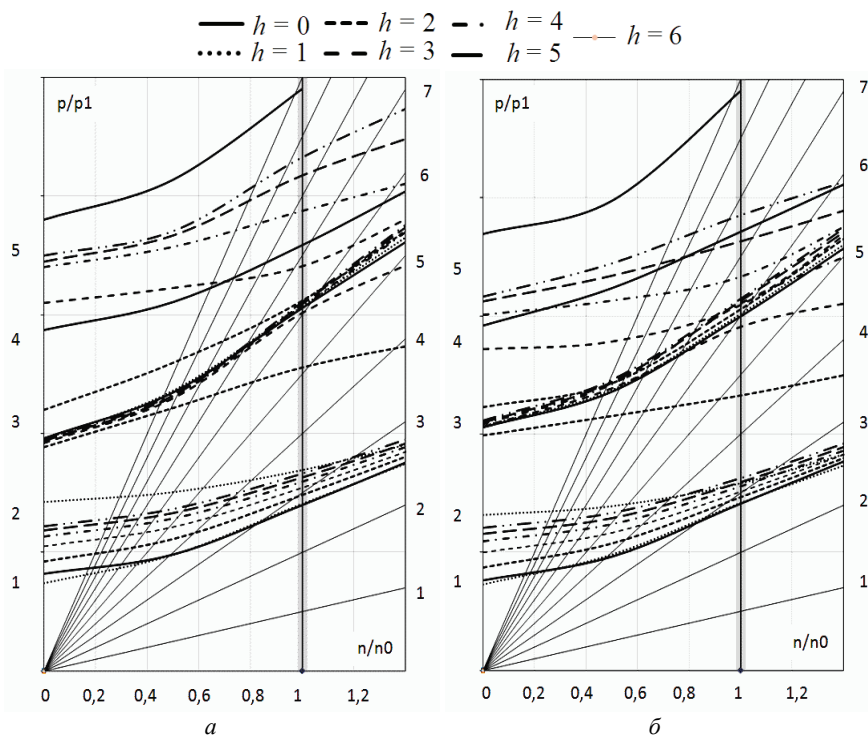


Рисунок 4 – Кэмпбелл диаграмма для рабочей лопатки  
(а – полка 0,6 высоты лопатки; б – полка 0,67 высоты лопатки)

В результате численных исследований были получены собственные частоты и формы колебаний лопаточного венца для моделей с различной высотой установки промежуточного полочного бандажа при различных оборотах турбины и построены Кэмпбелл диаграммы (рис. 4). На рисунках введены следующие обозначения:  $h$  – индекс цикличности решения (определяет принадлежность частот к группе формы которых имеют  $h$  узловых диаметров);  $p$  – собственная частота,  $p1$  – первая частота в спектре собственных колебаний;  $n$  – частота вращения ротора (основная частота внешних сил);  $n0$  – рабочая частота вращения ротора. Радиальными лучами на графиках показаны кратности частот нагрузке. Их пересечения с кривыми изменения собственных частот дает возможность определить потенциально опасные резонансные значения.

Как видно на приведенных диаграммах в обеих конструкциях имеет место две зоны с высокой плотностью спектра собственных частот. Следует отметить, что в районе рабочего значения частоты вращения ротора имеет место целый спектр потенциально опасных резонансных режимов (см. таблицу).

В таблице введены следующие обозначения:  $p_{hm}$  – собственные частоты,  $h$  – индекс цикличности,  $m$  – номер формы в группе с фиксированным значением  $h$  ( $(m-1)$  – количество узловых окружностей), в скобках указаны частоты, не попадающие на резонанс, но находящиеся в непосредственной близости от пределов отстройки от него.

Следует отметить, что из всего спектра резонансных режимов критическими можно считать только те, число узловых диаметров собственных форм которых совпадает с номером кратности гармоники нагружения. Таким образом, в данном лопаточном аппарате можно выделить только одну критическую собственную частоту  $p_{31}$ . Это наблюдается для лопаток с обеими вариантами установки полочного промежуточного бандажа.



Рисунок 5 – Формы колебаний лопаточного аппарата

Сравнительный анализ влияния высоты установки промежуточной связи на собственные формы колебаний показал, что для двух моделей формы с  $m = 1$  практически совпадают. На рис. 5 показаны собственные формы колебаний для опасных частот (на примере одной лопатки).

Спектр резонансных режимов

|          | номер гармоники нагрузки  |   |                          |   |          |                                  |   |
|----------|---|---|--------------------------|---|----------|----------------------------------|---|
|          | 1   | 2 | 3                        | 4 | 5        | 6                                | 7 |
|          | лопаточный аппарат с полочным промежуточным бандажом 0,6 L лопатки  |   |                          |   |          |                                  |   |
| $p_{hm}$ | –   | – | $p_{21}, p_{31}$         | – | $p_{22}$ | $p_{32}, p_{03}, p_{13}, p_{52}$ | – |
|          | лопаточный аппарат с полочным промежуточным бандажом 0,67 L лопатки |   |                          |   |          |                                  |   |
|          | –   | – | $p_{21}, p_{31}, p_{41}$ | – | –        | $p_{03}, p_{13}, p_{23}$         | – |

## Выводы

1 Изменение по высоте промежуточной полочной связи при двухъярусном бандажированом лопаточном аппарате оказывает значительное влияние на вторую и третью гармоники собственных частот и незначительное влияние на первую гармонику.

2 Имеется опасная частота соответствующая  $p_{31}$  и эффективным путем решения этой проблемы может быть проведение оптимизации при варьировании не только положением промежуточного бандажа на пере лопатки, но и его формой.

**Список литературы:** 1. *Степченко О. С., Артьомов С. Л.* Дослідження впливу різних типів бандажа на міцності характеристики двохбандажних лопаток парових турбін // Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: Тези доповідей XVIII міжнарод. наук.-практ. конф. (12-14 травня. 2010 р.). – Ч 1. – Харків: НТУ «ХПІ», 2010. – С. 44. 2. *Зиньковский А. П., Бусленко И. Н., Матвеев В. В.* Локализация колебаний бандажированного лопаточного венца рабочего колеса турбомашин // Проблемы прочности. – 1994. – № 7. – С. 53-61. 3. *Жовдак В. О., Зиньковский А. П., Степченко О. С., Круглий Я. Д.* Нелінійні коливання пакетів лопаток з роз'ємними з'єднаннями // Проблемы машиностроения. – Харьков: Контраст, 2009. – Т. 12, № 4. – С.45-53. 4. *Демуз Я. Д., Жовдак В. А., Ларин А. А., Степченко А. С., Соляникова Ю. В.* Исследование динамического контактного взаимодействия в межбандажных соединениях пакетов лопаток паровых турбин с расстройкой // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: Збірник наук. праць ДНУ. – Дніпропетровськ, 2007. – Вип. 11. – С.53-62.

*Поступила в редколлегию 24.11.2010*

УДК 539.3

**В.Г.СУКИАСОВ**, канд. техн. наук, НТУ «ХПИ»;  
**В.П.ЧАПЛИНСКИЙ**, МОЗ Украины, Харьков

## АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ КОНСТРУКТИВНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ ФИКСАТОРА И ФОРМЫ ПЕРЕЛОМА НА МЕХАНИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПЛАСТИНЧАТОГО ОСТЕОСИНТЕЗА

На основі скінченноелементного аналізу виконане зіставлення різних варіантів фіксації прямого й косого переломів великої гомілкової кістки з позицій жорсткості й напруженого стану під дією фізіологічного навантаження.

The comparison of various options fixing the direct and oblique fractures of tibia based on finite element analysis is performed from the standpoint of stiffness and stress state under the action of physiological load.

При выборе способа фиксации переломов конечностей хирургам в основном приходится полагаться на имеющийся клинический опыт и интуитивные представления о возможных положительных и отрицательных эффектах. Вместе с тем современные средства компьютерного моделирования и анализа да-